

2. REPREZENTAREA FORMALĂ A REȚELELOR LOGICE

2.1 Tipuri de legături în rețea

Reprezentarea activităților din rețea prin segmente orizontale îngroșate are următoarea semnificație (fig.2.1): extremitatea din stânga reprezintă începutul activității, iar extremitatea din dreapta reprezintă sfârșitul activității. Lungimea segmentului, ce reprezintă activitatea, nu depinde de durata acesteia.



Fig.2.1

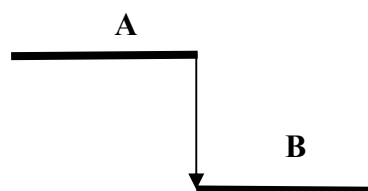


Fig.2.2

Legătura (dependența) ce există între două activități ale proiectului este reprezentată cu o săgeată (fig.2.2).

Exemplu din fig.2.2 poate fi interpretat în modul următor: activitatea B poate începe numai dacă activitatea A este terminată.

În acest caz, activitatea A se numește **predecesor** iar activitatea B se numește **succesor**.

Legătura are ca punct de plecare predecesorul și ca punct de sosire succesorul.

Din punct de vedere cronologic există trei cazuri:

- predecesorul este înaintea succesorului;
- predecesorul este în paralel cu succesorul;
- predecesorul se află în urma succesorului.

Noțiunile de predecesor și succesor au caracter tipologic, nu cronologic.

Există patru tipuri de legături :

- Legătura de tip **sfârșit – început (S- Î)** – leagă sfârșitul predecesorului cu începutul succesorului (fig.2.2).

Așa cum s-a arătat, acest tip de legătură are următoarea semnificație: activitatea B poate începe numai după terminarea activității A. Cu alte

cuvinte activitatea B poate debuta odată cu terminarea activității A sau mai târziu.

Iată un exemplu de legătură S-Î: activitatea A constă în realizarea terasamentului pentru un kilometru de cale ferată; activitatea B constă în montarea traverselor și șinelor pe terasament; legătura dintre activități arată că montarea traverselor și șinelor nu poate avea loc decât după ce terasamentul a fost terminat.

- Legătura de tip **început –început** ($\hat{I} - \hat{I}$) – leagă începutul predecesorului cu începutul succesorului (fig.2.3).

Acest tip de legătură are următoarea semnificație: activitatea B poate începe dacă activitatea A a început. Cu alte cuvinte, debutul activității B este odată cu cel al activității A sau mai târziu. În acest caz predecesorul și succesorul pot fi în paralel .

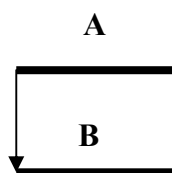


Fig.2.3

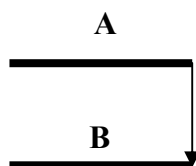


Fig.2.4

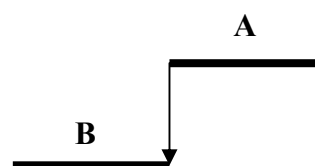


Fig.2.5

Iată un exemplu de legătură Î-Î: activitatea A constă în demontarea unui subansamblu de mașină, pentru a înlocui rulmenții uzați; activitatea B constă în spălarea cu degresant a pieselor demontate; legătura dintre activități arată că spălarea poate să înceapă îndată ce o parte dintre piese au fost demontate; cu alte cuvinte, nu este imperativ necesar ca toate piesele să fie demontate pentru a începe spălarea.

- Legătura de tip **sfârșit – sfârșit** ($S - S$) – leagă sfârșitul predecesorului de sfârșitul succesorului (fig.2.4).

Acest tip de legătură are următoarea semnificație: activitatea B nu se poate sfârși decât o dată cu activitatea A sau mai târziu. Și în acest caz predecesorul și succesorul pot fi în paralel.

Iată un exemplu de legătură S-S: activitatea A constă în efectuarea unei lucrări de laborator; activitatea B constă în redactarea referatului de prelucrare a rezultatelor experimentale; legătura dintre activități arată că redactarea referatului poate fi încheiată odată cu terminarea lucrării de

laborator sau mai târziu; nu se pun nici un fel de restricții asupra momentului când se începe redactarea.

- Legătura de tip **început – sfârșit** ($\hat{I} - S$) – leagă începutul predecesorului de sfârșitul succesorului (fig.2.5) .

Această legătură este foarte rară și are următoarea semnificație: activitatea B nu se poate termina până când activitatea A nu a debutat; cu alte cuvinte activitatea B se termină odată cu începutul lui A sau mai târziu.

Iată un exemplu de legătură \hat{I} -S: activitatea A constă în exploatarea unei noi rețele de case de bilete computerizate, în stațiile de metrou; activitatea B constă în exploatarea vechii rețele, având case de bilete deservite de oameni; legătura dintre activități arată că vechea rețea trebuie să fie exploatată până în momentul în care noua rețea devine operațională.

2.2 Durata legăturilor și combinații de legături

Legătura este o relație între două evenimente: începutul sau sfârșitul predecesorului și începutul sau sfârșitul succesorului.

Semnificația legăturii este următoarea: evenimentul succesor poate avea loc în același timp cu evenimentul predecesor sau mai târziu (nu mai devreme).

Una dintre caracteristicile legăturii este *durata* sa (pozitivă sau negativă), ce indică timpul minim necesar care separă evenimentul succesor de evenimentul predecesor.

În exemplul legăturii de tip S- \hat{I} din figura 2.2, s-a presupus că montarea traverselor și șinelor de cale ferată poate avea loc numai după ce terasamentul a fost terminat. În realitate, această activitate poate să înceapă îndată ce o parte din terasament a fost executat, de exemplu cu o zi mai devreme ca acesta să fie terminat (fig.2.6). Durata unei legături permite precizarea unui timp de așteptare, evitându-se introducerea unei activități intermediare fictive (fig.2.7)

În exemplul anterior valoarea negativă a duratei indică faptul că evenimentul succesor poate avea loc înainte de terminarea evenimentului predecesor.

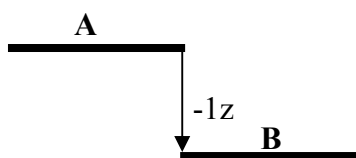


Fig. 2.6

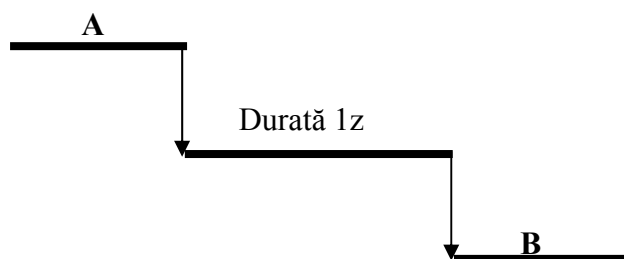


Fig. 2.7

Prin convenție, un decalaj negativ se numește *avans* iar un decalaj pozitiv se numește *întârziere*.

Exemplul din figura 3.6 arată că evenimentul succesor debutează cu un avans de o zi în raport cu sfârșitul evenimentului predecesor.

Revenind la exemplul legăturii de tip Î-Î (fig. 3.3), s-a presupus că activitatea B, de spălare a pieselor, poate să înceapă odată cu activitatea A, de demontare a subansamblului. În realitate, spălarea poate începe numai după ce prima piesă a fost demontată, de exemplu, după o oră. De aici se poate trage concluzia că legătura de tip Î-Î este caracterizată de o întârziere egală cu o oră (fig. 2.8).

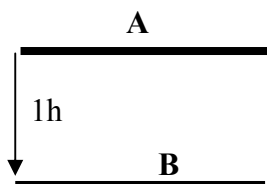


Fig. 2.8

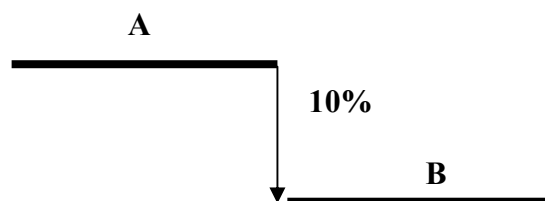


Fig. 2.9

Durata legăturilor din rețea se exprimă în unități de timp (ore, zile, săptămâni, luni, etc.). Uneori aceste durate se exprimă în procente din predecesor.

În exemplul din figura 2.9 activitatea B poate începe atunci când mai rămâne de efectuat 10% din activitatea A.

Durata unei legături din rețea este întotdeauna explicită. Reprezentarea oblică a legăturii nu semnifică o durată. De exemplu, toate reprezentările din fig. 2.10 sunt echivalente.

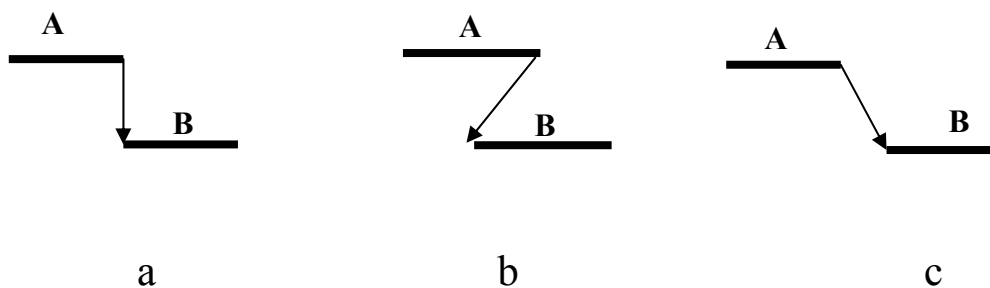


Fig.2.10

Într-o rețea sunt posibile orice combinații de legături, în afară de bucle.

La alcătuirea unei rețele logice pentru un proiect trebuie să se acorde o atenție deosebită evitării buclelor, acestea având o frecvență de apariție cu atât mai mare, cu cât rețeaua logică este mai complexă; altfel spus, cu cât complexitatea proiectului crește.

Iată două exemple de combinații nepermise:

- Un predecesor nu poate fi succesorul succesorului său direct sau indirect (fig.2.11).
- Un alt exemplu este redat în fig.2.12, unde activitatea B este în același timp succesor și predecesor al activității A.

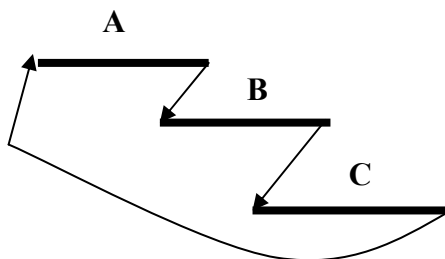


Fig.2.11

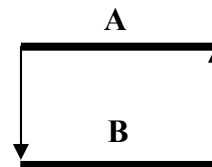


Fig.2.12

Softurile utilizate în prezent pentru programarea și conducerea proiectelor au capacitatea de a depista, cu ușurință, existența buclelor.

În cazul depistării vreunei bucle se impune refacerea rețelei logice.

2.3. Algoritmi de depistare a buclelor din rețea

Una dintre tehnicile utilizate pentru depistarea buclelor este cea a **matricei de precedență**. Aceasta este o matrice pătrată, ale cărei linii și

coloane se notează, în aceeași ordine, cu simbolurile utilizate pentru activitățile din rețea. Pentru exemplificarea acestei tehnici de depistare a buclilor dintr-o rețea, se consideră rețeaua logică din fig.2.13.

Activitățile din rețea sunt notate un A_1, A_2, \dots, A_{11} , iar duratele acestora sunt exprimate în săptămâni (săp.)

Fiecare element A_{ij} al matricei are valoarea 1 dacă există restricția de precedență ($A_i \rightarrow A_j$), respectiv dacă A_i este un predecesor direct al lui A_j .

În caz contrar, $A_{ij} = 0$. Pentru simplificarea matricei, nu se scriu elementele sale nule.

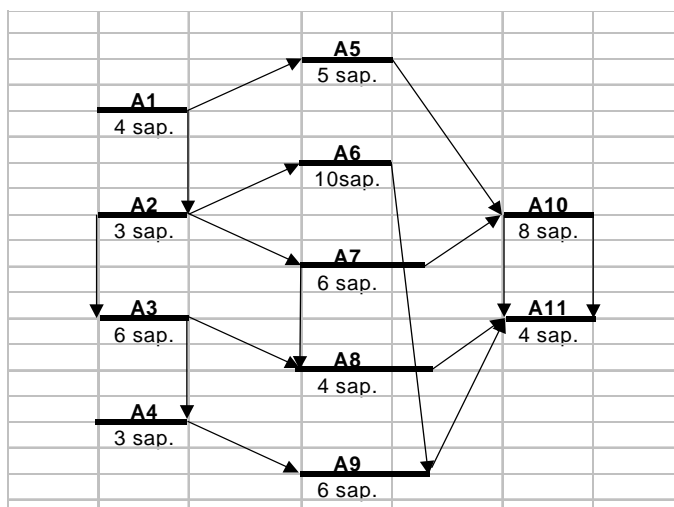


Fig. 3.13

Mulțimea restricțiilor de precedență ale activităților rețelei din fig. 2.13 este următoarea:

($A_1 \rightarrow A_2$); ($A_1 \rightarrow A_5$); ($A_2 \rightarrow A_3$); ($A_2 \rightarrow A_6$);
 ($A_2 \rightarrow A_7$); ($A_3 \rightarrow A_4$); ($A_3 \rightarrow A_8$); ($A_4 \rightarrow A_9$);
 ($A_5 \rightarrow A_{10}$); ($A_6 \rightarrow A_9$); ($A_7 \rightarrow A_8$); ($A_7 \rightarrow A_{10}$);
 ($A_8 \rightarrow A_{11}$); ($A_9 \rightarrow A_{11}$); ($A_{10} \rightarrow A_{11}$).

Matricea de precedență asociată acestor restricții este reprezentată în fig. 2.14.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
A1		1			1						
A2			1			1	1				
A3				1				1			
A4									1		
A5										1	
A6									1		
A7								1		1	
A8											1
A9											1
A10											1
A11											

Fig. 2.14

Matricea se prelucrează conform unui algoritm determinist, care se bazează pe unul dintre cele două principii generale enunțate mai jos:

- prin eliminarea, pas cu pas, a restricțiilor de precedență, parcurgând rețeaua de la început către sfârșit;
- prin eliminarea, pas cu pas, a restricțiilor de succedență, parcurgând rețeaua de la sfârșit către început.

Primul pas, subordonat primului principiu, constă în eliminarea coloanelor care conțin numai elemente nule. Prin acesta se exclud toate activitățile care nu sunt supuse nici unei restricții de precedență.

Întotdeauna există o coloană cu elemente nule, deoarece orice rețea are un predecesor absolut.

Tot în cadrul primului pas se elimină liniile matricei care corespund activităților asociate coloanelor eliminate. Prin acesta se exclud restricțiile de precedență exercitate de activitățile eliminate asupra altor activități din rețea.

În cazul matricei din fig. 2.14, primul pas constă în suprimarea coloanei și liniei notate cu A1.

Astfel, se exclud restricțiile de precedență ale activității A1 asupra activităților A2 și A5. După primul pas rămân fără predecesor activitățile A2 și A5. După cum se poate observa, coloanele acestor activități conțin numai elemente nule.

Ca urmare, în pasul al doilea se elimină coloanele A2 și A5 și apoi liniile corespondente, respectiv cele notate tot cu A2, A5 (fig. 2.15).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
A1		1			1						
A2			1			1	1				
A3				1				1			
A4									1		
A5										1	
A6									1		
A7								1		1	
A8											1
A9											1
A10											1
A11											

Fig.2.15

Astfel rămân fără predecesor activitățile A3, A6 și A7 (conțin numai zerouri pe coloane).

Continuând procedura de eliminare a activităților fără predecesor se ajunge, în final, la concluzia că rețeaua din fig. 2.13 nu conține combinații de legături care să formeze bucle.

Ca urmare, această rețea este compatibilă.

Tehnica de parcurgere a rețelei de la început către sfârșit prezintă similitudini cu ordonarea “ ÎNAINTE ” (v.cap.5)

Primul pas subordonat celui de al doilea principiu constă în eliminarea liniilor care conțin numai elemente nule. Prin aceasta se exclud toate activitățile care nu sunt supuse nici unei restricții de succedență

Întotdeauna există o linie cu elemente nule, deoarece orice rețea are un succesor absolut. Tot în cadrul primului pas se elimină coloanele matricii desemnate cu simbolurile liniilor eliminate. Prin aceasta se exclud restricțiile de succedență exercitate de activitățile eliminate asupra altor activități din rețea.

În cazul matricii din fig. 2.14, primul pas, ce derivă, din al doilea principiu, constă în suprimarea liniei A11 și apoi a coloanei A11 (fig. 2.16).

Astfel, se exclud restricțiile de succedență ale activității A11 asupra activităților A8, A9 și A10. După primul pas, activitățile A8, A9, A10 rămân fără succesor. Liniile acestor activități conțin numai elemente nule.

Ca urmare, în pasul al doilea se elimină liniile A8, A9, A10 și apoi, coloanele corespunzătoare lor, respectiv cele notate cu A8, A9, A10 (fig.2.16).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
A1		1			1						
A2			1			1	1				
A3								1			
A4									1		
A5										1	
A6									1		
A7								1		1	
A8											1
A9											1
A10											1
A11											

Fig.2.16

Astfel, rămân fără succesor activitățile A3, A4, A5, A6 și A7 (conțin numai zerouri pe linii).

Continuând procedura de eliminare a activităților fără succesor, se ajunge, în final, la concluzia ca rețeaua din fig. 2.13 nu conține combinații de legături care să formeze bucle. Deci rețeaua este compatibilă.

Tehnica de parcurgere a rețelei de la sfârșit către început prezintă similitudini cu ordonanțarea “ INAPOI “ (v.cap.5)

2.4 Rangul rețelei și graful asociat

Complexitatea unei rețele este determinată de numărul activităților din proiect și de tipurile de legături existente între acestea. Astfel, pot exista rețele cu același număr de activități, dar având complexități diferite, în funcție de tipul legăturilor.

Totodată, rețele cu număr diferit de activități pot prezenta același grad de complexitate, determinat de legăturile existente.

Pentru a cuantifica complexitatea rețelelor logice se introduce noțiunea de rang (grad) al rețelei. Acesta este în număr întreg pozitiv, care se generează prin descompunerea rețelei în niveluri de succedență

Această descompunere se face pe baza unui algoritm determinist. Algoritmul pune în evidență, pe lângă nivelurile de succedență, și compatibilitatea legăturilor din rețea.

Modul practic de aplicare a algoritmului va fi ilustrat cu ajutorul rețelei din fig.2.13.

Se elaborează matricea de precedență a rețelei și se completează, la partea inferioară, cu un tabel ce conține nivelurile de succedență (fig.2.17).

Numărul de niveluri k ($k = 1, 2, \dots$) se obține în pași succesivi după cum urmează:

♦ În primul pas se însumează cifrele de pe coloane și suma obținută se înscrie în prima linie a tabelului de niveluri.

Apoi, se elimină coloanele a căror sumă de cifre este nulă. Odată cu eliminarea acestor coloane se elimină și liniile corespondente (notate cu aceleași simboluri).

În cazul analizat, singura coloana cu suma nula este A1(fig.2.17).

Ca urmare nivelul 1 este ocupat numai de activitatea A1.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
A1		1			1						
A2			1			1	1				
A3				1				1			
A4									1		
A5										1	
A6									1		
A7								1		1	
A8											1
A9											1
A10											1
A11											

A1	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	1
A2,A5	x	0	1	1	0	1	1	2	2	2	3	2
A3,A6,A7	x	x	0	1	x	0	0	2	2	1	3	3
A4,A8,A10	x	x	x	0	x	x	x	0	1	0	3	4
A9	x	x	x	x	x	x	x	x	0	x	0	5
A11	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	0	6

Fig. 2.17

♦ În pasul al doilea se procedează la însumarea cifrelor din coloanele rămase, iar sumele obținute se trec în linia ce corespunde nivelului 2. Coloanele pentru care s-a obținut suma zero și liniile corespondente se elimină.

În cazul analizat, coloanele și liniile în cauză sunt cele notate cu A2 și A5. Ca urmare activitățile A2 și A5 vor figura la nivelul 2. Procedura de adunare a cifrelor pe coloane și de eliminare, în cazul sumelor nule, se continuă în pașii următori. Pentru o lectură mai comodă a tabelului de niveluri, zerourile obținute în pașii anteriori se marchează cu “X”. Finalmente, rețeaua analizată se descompune în 6 niveluri de succedență (fig.2.17). Plasarea activităților pe niveluri și trasarea legăturilor de succedență dintre acestea conduce la obținerea grafului asociat rețelei logice a proiectului (fig.2.18).

Se poate remarca faptul că informațiile furnizate de graful asociat sunt mai reduse decât cele din rețeaua logică.

Într-adevăr, din graf se pot deduce legăturile de succedență, dar nu și tipul acestor legături.

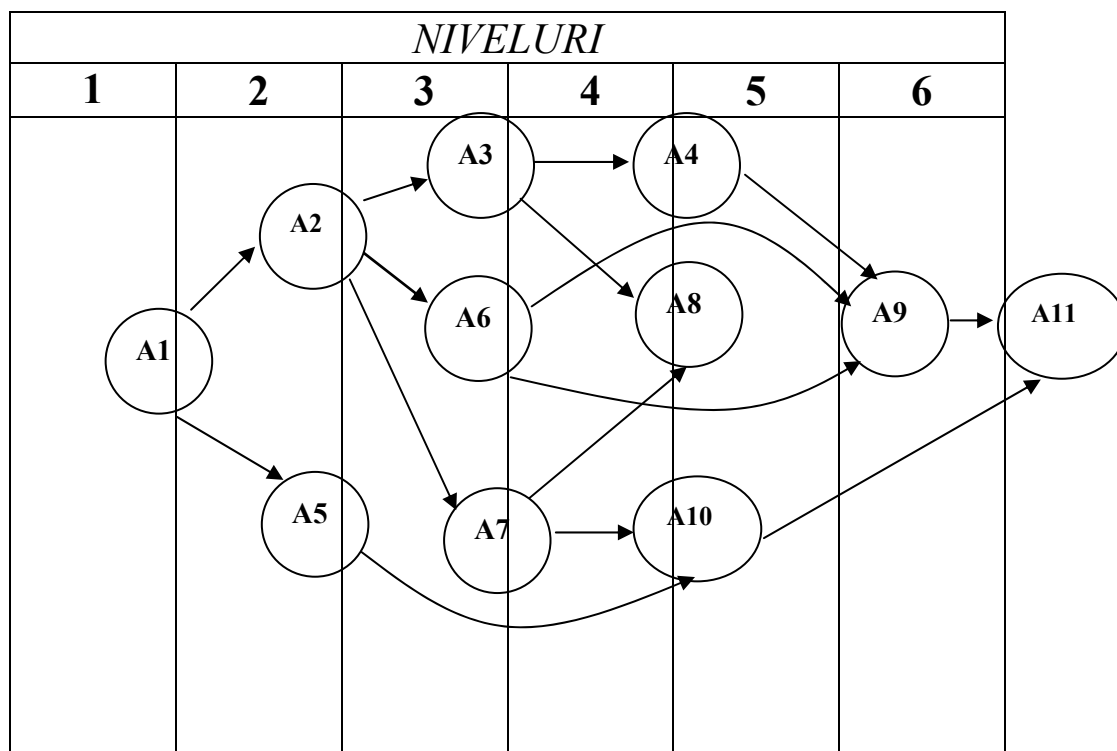


Fig.2.18

2.5. Verificarea cunoștințelor

- 1) Cum se reprezintă activitățile dintr-o rețea logică?
- 2) Cum se reprezintă legătura (dependența) dintre două activități?
- 3) Ce semnificație are, în managementul proiectelor, noțiunile de predecesor și succesor?
- 4) Din punct de vedere cronologic, în ce situații posibile se pot afla predecesorul și succesorul, unul în raport cu altul?
- 5) Câte tipuri de legături pot fi întâlnite într-o rețea logică și ce denumiri au?
- 6) Să se dea câte un exemplu referitor la fiecare dintre tipurile de legături cunoscute.
- 7) Ce semnificație are durata unei legături?
- 8) Cum se exprimă și cum se reprezintă durata unei legături?
- 9) Să se dea câte un exemplu de avans și întârziere, asociate fiecărei tip de legătură cunoscută.
- 10) Ce combinații de legături sunt permise într-o rețea logică?
- 11) Care este tehnica de bază utilizată în depistarea buclelor dintr-o rețea.
- 12) Pe ce se bazează algoritmul determinist cu ajutorul căruia se prelucrează matricea de precedență, în vederea depistării buclelor dintr-o rețea logică?
- 13) Ce reprezintă rangul unei rețele logice?
- 14) Ce reprezintă graful asociat unei rețele logice?
- 15) Cine oferă informații mai multe despre dependența activităților din proiect, rețeaua logică sau graful asociat?
- 16) Fie rețeaua logică din fig. 2.19, în care duratele activităților sunt exprimate în zile lucrătoare. Să se verifice compatibilitatea rețelei și în caz de compatibilitate să se reprezinte graful asociat.

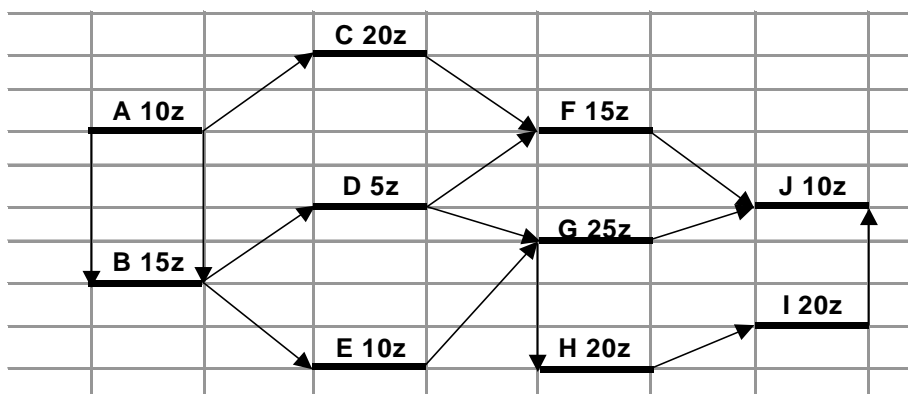


Fig. 2.19

17) Fie rețeaua din fig. 2.20, în care duratele activităților sunt exprimate în zile lucrătoare. Se cere verificarea compatibilității legăturilor din rețea. În cazul în care rețeaua este incompatibilă să se prezinte o soluție prin care ea poate fi făcută compatibilă, fără a modifica durata proiectului.

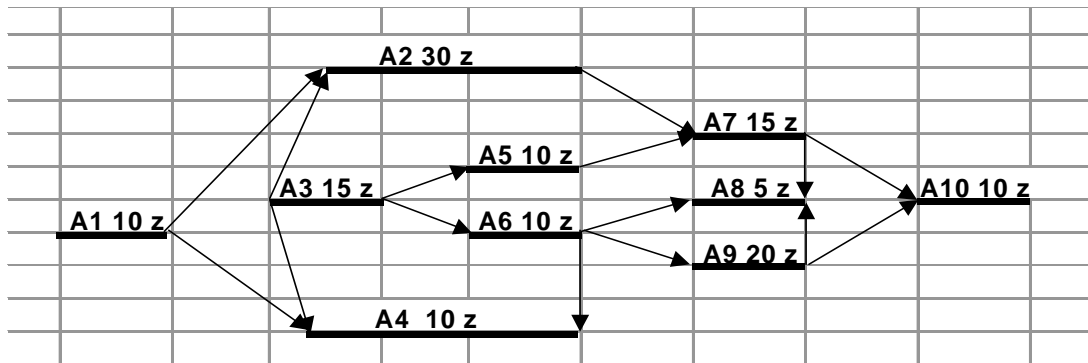


Fig. 2.20